

Продуктивность и воспроизводство поголовья

УДК 636/639:636.2.034:51-76

doi: 10.15389/agrobiology.2015.4.467rus

УПРАВЛЕНИЕ ЖИЗНЕННЫМ ЦИКЛОМ ЛАКТИРУЮЩИХ КОРОВ НА ОСНОВЕ ВЕРОЯТНОСТНО-СТАТИСТИЧЕСКИХ И ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ**И.М. МИХАЙЛЕНКО**

Проблема воспроизводства поголовья молочного стада в последнее время становится все более острой. Тенденция к его снижению проявляется повсеместно во всех странах с развитым молочным животноводством, а среднее число лактаций по молочному стаду приближается к трем при генетическом потенциале многих пород скота более десяти лактаций. Для решения этой проблемы давно назрела необходимость привлечения самой современной теоретической базы из многих смежных наук. Целью настоящей работы стало теоретическое обоснование первого, ключевого этапа общей концепции управления состоянием здоровья лактирующих коров, предложенной в нашей предыдущей работе (И.М. Михайленко, 2014). На указанном этапе управление заключается в программировании жизненного цикла животных от первой до последней, экономически целесообразной лактации. При этом минимизируется риск отбраковки животных и затрат на их содержание. Такая задача решается впервые в биологической науке. В статье предложены новые динамические модели пожизненных годовых надоев, отражающие возраст животного и потребление питательных веществ в рационах кормления. Важнейшая особенность решения задачи управления жизненным циклом — введение вероятностно-статистических моделей процессов отбраковки коров по состоянию здоровья. Рассматриваются все возможные физиологические состояния коровы, от нетели до последней лактации, и выявляются все потоки и возможные причины отбраковки дойного стада. Эти модели позволяют оценивать риск от возможных потерь поголовья стада, который минимизируется по составам годовых рационов кормления. Разработан алгоритм решения задачи, формирующий последовательность рационов кормления по всем годам жизненного цикла (стратегии кормления молочного скота), которая обеспечивает заданные параметры воспроизводства молочного стада, а также оптимальное число возможных лактаций и оптимальные годовые надои. За счет решения такой задачи достигается нормированное использование лактирующей коровы, обеспечивающее сохранение ее здоровья, при максимально допустимой рентабельности производства молока. В связи с тем, что индивидуальный подход к кормлению коров служит существенным резервом повышения общей рентабельности молочного стада, задача управления жизненным циклом рассматривается как индивидуально, так и в среднем по стаду. Здесь условием для выбора варианта решения задачи служит наличие средств индивидуального контроля за состоянием здоровья животного и дозированием концентрированных кормов и пищевых добавок. Проблема практической реализации предложенной задачи управления в основном связана с отсутствием данных по полномасштабному зооветеринарному мониторингу молочного стада за 10-12 лет, по которым должна осуществляться идентификация математических моделей и апробация алгоритма, разработанного для управления жизненным циклом лактирующих коров.

Ключевые слова: молочное животноводство, воспроизводство, концепция управления, состояние здоровья, жизненный цикл, лактационный период, алгоритмы управления, математические модели.

Рост продуктивности коров в лучших хозяйствах в ряде областей Российской Федерации, наблюдающийся в последние десятилетия и обусловленный генетическим прогрессом, в целом не сопровождается увеличением продуктивного долголетия и улучшением качества получаемой продукции. По оценкам экспертов, 65 % прибыли в молочном скотоводстве определяется длительностью хозяйственного использования коров. В Канаде она в целом по стране составляет 5 лактаций, в США — 4, на лучших племязаводах Российской Федерации — 3,8, во многих товарных хозяйствах — 2,5 и менее, тогда как оцененный биологический и экономический оптимум — 7-8 лактаций (1-7).

В странах Скандинавии предпринимаются попытки разведения коров, дающих 100 т молока за 10 лактаций. При существующих в нашей

стране условиях продление сроков продуктивного использования коров на 6 мес по экономическому эффекту эквивалентно увеличению численности дойного стада на 12 %. То есть имеется значительный ресурс для повышения эффективности молочного скотоводства за счет роста пожизненной продуктивности коров (8, 9).

Потери от недополучения ремонтного молодняка в молочном животноводстве занимают одно из первых мест среди всех экономических убытков. Кроме того, от каждой бесплодной коровы хозяйство недополучает минимум 25 % ее удоя за лактацию. К этому нужно добавить расходы на лечение, на многочисленные безрезультатные осеменения и потери, связанные с преждевременной выбраковкой ценных, часто молодых, коров (10).

В нашей предыдущей работе (11) была дана общая характеристика проблемы воспроизводства в молочном животноводстве — центральной в этой важной отрасли для всех стран с развитым сельским хозяйством. В этой связи предлагалась общая концепция управления состоянием здоровья животных (8). В соответствии с ней целью управления должно быть не достижение максимальной продуктивности, как сейчас повсеместно принято, а максимизация прибыли, получаемой за все время жизни животного. Эта цель может быть достигнута при соблюдении трех взаимосвязанных требований: обеспечения прохождения всего жизненного цикла от первой до последней генетически возможной и экономически целесообразной лактации; получения условного максимума прибыли по каждому лактационному периоду всего жизненного цикла; индивидуальной коррекции условного максимума прибыли для коров и стада в реальном времени.

В настоящей работе рассматриваются теоретические основы решения задачи по управлению жизненным циклом. При этом в зависимости от технической и технологической базы конкретной фермы возможны два подхода. В первом случае, когда такая база позволяет учитывать состояние здоровья каждой коровы, осуществляется управление индивидуальным жизненным циклом. Оно достигается даже при отсутствии полномасштабного персонального кормления животного и без создания для него специальных условий содержания, то есть только за счет индивидуальной дозировки концентрированных кормов, витаминов и премиксов. Во втором случае, когда оценка состояния здоровья осуществляется выборочно и этот показатель определяется в среднем по стаду, дополнительно возникает необходимость управлять жизненным циклом в среднем по стаду.

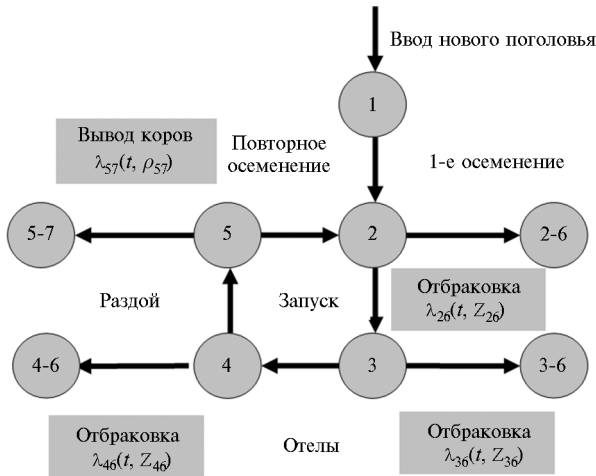
Основное условие реализации полного жизненного цикла коровы — сохранение репродуктивной функции, которая может быть утеряна из-за неадекватного ухода и кормления и, как результат, возникающих болезней и патологий. Чаще всего причинами отбраковки лактирующих коров оказываются нарушения обмена веществ, болезни пищевой системы, вымени, половых органов, послеродовые осложнения, маститы, болезни суставов и другие заболевания, связанные с особенностями кормления и содержания животных. Всего насчитывается более 20 видов заболеваний, приводящих к отбраковке коров и прекращению их жизненного цикла (10).

Поскольку появление любой патологии носит вероятностный характер, наступление очередной лактации рассматривается как случайное событие (продолжение индивидуального жизненного цикла). Это приводит к тому, что в общем стаде формируются случайные потоки животных, переходящих из одного состояния в другое (рис.). Из всех возможных состояний нас интересуют только те, на которых вероятно отбраковка, в результате чего жизненный цикл животного обрывается и изменяется структура стада.

Введем обозначения отбраковочных потоков λ :

из состояния $s = 2$ (нетели) — $\lambda_{26}(t, Z_{26})$;
из состояния $s = 3$ (сухостойные) — $\lambda_{36}(t, Z_{36})$;
из состояния $s = 4$ (новотелы) — $\lambda_{46}(t, Z_{46})$;
из состояния $s = 5$ (лактлирующие) — $\lambda_{57}(t, \rho_{57})$,

где $\lambda_{ij}(t, Z_{ij})$ — число отбракованных коров в единицу времени (сут), которое обычно рассматривается как интенсивность отбраковки; Z_{ij} — нозологические векторы отбраковки, включающие все виды заболеваний, свойственные соответствующему состоянию и приводящие к отбраковке; ρ_{57} — правило, по которому осуществляется вывод лактирующих коров из оборота.



Граф-схема оборота поголовья в стаде: 1 — телки, 2 — нетели, 3 — сухостойные коровы, 4 — новотелы, 5 — лактирующие коровы, 6 — отбракованные коровы, 7 — коровы, выведенные из оборота по критерию эффективности.

При индивидуальном управлении жизненным циклом лактирующей коровы следует иметь в виду, что из всех состояний, в которых может находиться животное, для критериальной оценки наиболее важны $s = 5$ (лактация) и $s = 6$ (отбраковка). Каждое из этих состояний случайное и зависит от состояния здоровья животного. Поэтому индивидуальное управление жизненным циклом отдельного животного должно минимизировать риск потерь, связанных с ненаступлением очередной лактации.

Выражение для риска управления состоянием здоровья отдельного животного выглядит следующим образом:

$$R(n^*, U_n) = \sum_{n=1}^{n^*-1} [M_n^* - (1 - p_n(Z)) \cdot (c_n \Pi(U_{1n}) - r(U_{1n}))] - p_n(Z) c_k, \quad [1]$$

$$\Pi_n(U) \leq \Pi_n^*; p_n < 0,5; p_{n=1} = 0,$$

где $n = 1, 2, \dots, n^*$ — номера лактаций (от первой до последней, экономически целесообразной); M_n^* — заданная программа получения прибыли от одной коровы по всему жизненному циклу; c_n — прогнозы цен на молоко, $\Pi(U_{1n})$ — годовые надои по всему жизненному циклу (функция вектора управления U_{1n} , компонентами которого служат расходы всех видов питательных веществ в рационах кормления); $p_n(Z)$ — вероятность отбраковки коровы на n -й лактации, зависящая от вектора заболеваний Z ; $r(U_{1n})$ — годовые затраты на содержание коровы (функция вектора управления U_{1n}); c_k — стоимость отбраковываемой коровы; Π_n^* — генетическая программа продуктивности соответствующей породы.

Выражение [1] представляет собой взвешенную по вероятностям

состояний разность между доходами, полученными на момент отбраковки ($n = n^*$), и ущербом от потери животного при его отбраковке.

Достижение поставленной цели управления жизненным циклом коровы соответствует минимизации риска по числу лактаций n^* и последовательности векторов управления по всем лактациям:

$$R(n^*, U_{1n}) \xrightarrow{n^*, U_{1n=1} \dots U_{1n=n^*}} \min, \quad [2]$$

$$\Pi_n(U) \leq \Pi_n^*, p_n < 0,5; p_{n=1} = 0.$$

При управлении жизненным циклом «в среднем по стаду» выражение для риска управления будет иметь следующий вид:

$$R(n^*, \tilde{U}_n) = \sum_{n=1}^{n^*-1} [\tilde{M}_n^* - (1 - \tilde{p}_n(Z_n)) \cdot (c_n \tilde{\Pi}_n(\tilde{U}_{1n}) - r(\tilde{U}_{1n}))] - c_k \tilde{p}_n(Z_n), \quad [3]$$

$$\tilde{\Pi}_n(U_n) \leq \Pi_n^*; \tilde{p}_n < 0,5; \tilde{p}_{n=1} = 0,$$

где $\tilde{p}_n(Z)$ — вероятность ненаступления n -й лактации в среднем по стаду (отбраковки), определяемая вектором заболеваний Z для состояния здоровья «в среднем по стаду»; $\tilde{\Pi}_n$ — средний по стаду годовой надой; \tilde{U}_{1n} — средний по стаду вектор управления в соответствующий лактационный период; $r(\tilde{U}_{1n})$ — средние по стаду затраты на рацион.

Как и для задачи индивидуального управления жизненным циклом, достижение поставленной цели при управлении «в среднем по стаду» соответствует минимизации критерия [1] по числу циклов и последовательности векторов управления в отдельные лактационные периоды:

$$R(n^*, \tilde{U}_{1n}) \xrightarrow{n^*, \tilde{U}_{1n=1} \dots \tilde{U}_{1n=n^*}} \min, \quad [4]$$

$$\tilde{\Pi}_n(\tilde{U}_n) \leq \Pi_n^*; p_n < 0,5; \tilde{p}_{n=1} = 0.$$

Решением задач [2] и [4] является последовательность векторов управления для всех периодов лактации U_{1n} и \tilde{U}_{1n} , а также оптимальное число лактаций n^* .

В этой связи потребуются математические модели, учитывающие все параметры состояний, по которым оценивается риск управления жизненным циклом. Как показывает анализ отечественных и зарубежных публикаций, ничего подобного пока не представлено (12-27). Основная направленность в таких разработках — создание аппроксимирующих функций, максимально отражающих форму лактационных кривых, однако они непригодны для решения задач управления. Ниже предложены новые модели, отражающие возрастную динамику коров и процессы их отбраковки.

Модели индивидуальных и средних по стаду пожизненных надоев:

$$\Pi_{n+1} = a\Pi_n + b^T U_{1n} + c^T f[n],$$

$$n \in (1, n^* - 1), \Pi(1) = \Pi_0;$$

$$f^T[n] = [n \ n^2 \ n^3], \quad [5]$$

$$U_{1n} = HR_n,$$

где Π — годовые надои, кг; U_1 — вектор питательных элементов, расходуемых за год, R — вектор кормовых компонентов (рацион), H — матрица содержания питательных элементов в кормовых компонентах; $f^T[n] = [n \ n^2 \ n^3]$ — вектор функций времени, учитывающих возраст животного.

Модели вероятности индивидуальной и средней по стаду отбраковки коров:

$$\begin{aligned}
X_n &= DU_n, \\
Y_n &= X_n - \Delta, \\
C_n &= WY_n, \\
z_n &= 0, \text{ если } \rho_z = h_z^T C_n < \delta_z; \\
z_n &= z_n^*, \text{ если } \rho_z = (h_z^T C_n) \geq \delta_z; \\
n &= n^*, \text{ если } z_n \neq 0; \\
p(z_n) &= \frac{\rho_z}{\delta_z}.
\end{aligned} \tag{6}$$

$$p_n(Z) = \sum_{z=1}^{N_z} p(z_n), \tag{7}$$

где X_n — вектор параметров состояния здоровья лактирующих коров на n -й лактации (среднее значение вектора состояния здоровья в интервал периода лактации \tilde{X}_n); Y_n — вектор диагностических признаков, равный размерности вектора параметров состояния здоровья; Δ — вектор допустимых значений показателей состояние здоровья, отклонения от которых служат диагностическими признаками; C_n — вектор патологических синдромов, представляющий собой линейную комбинацию векторов диагностических симптомов; W — матрица линейных комбинаций диагностических симптомов; h — векторы дискриминантных функций обнаружения заболеваний, ведущих к отбраковке коров; $P\{(h_z^T C_n \cdot t_z) \in \Omega_z\}$ — вероятность попадания значений дискриминантной функции в область допустимых значений; t — суммарное время превышения параметром состояния здоровья допустимых значений; Ω_z — области допустимых значений дискриминантных функций обнаружения заболеваний.

Алгоритм индивидуального решения для животного. Смысл задачи заключается в минимизации риска

$$R(n^*, U_{1n}) = \sum_{n=1}^{n^*-1} [M_n^* - (1 - p_n(Z)) \cdot (c_n \Pi_n(U_{1n}) - r(U_{1n}))] - p_{n^*}(Z)c_k, \tag{8}$$

$$\Pi_{ni}(U) \leq \Pi_n^*; p_n < 0,5; p_{n=1} = 0$$

для следующей динамической системы:

$$\begin{aligned}
\Pi_{n+1} &= a\Pi_n + b^T U_{1n} + c^T f[n], \\
n &\in (1, n^* - 1), \Pi(1) = \Pi_0; \\
f^T &= [n \ n^2 \ n^3], \\
U_{1n} &= HR_n.
\end{aligned} \tag{9}$$

Гамильтониан системы [8], [9] имеет вид:

$$\begin{aligned}
H_n &= (M_n^* - (1 - p_n(Z))(c_n \Pi(R_n) - C_R^T R_n) - \frac{1}{n^*} p_n(Z)c_k) + \\
&+ \lambda(a\Pi_n + b^T HR_n + c^T f[n]),
\end{aligned} \tag{10}$$

модель сопряженной переменной — соответственно

$$\lambda_{n+1} = -\frac{\partial H}{\partial \Pi} = -a\lambda_n + (1 - p_n(Z)c_n), \tag{11}$$

а смысл оптимизационной задачи заключается в минимизации критерия [8] посредством использования гамильтониана [10] и сопряженной переменной [11]. Подробный алгоритм такого решения приведен ниже.

В описанной задаче исходной информацией служат программа получения прибыли по лактациям M_n^* , цены на молоко по лактационным

периодам c_n , стоимость самих коров c_k , цены на корма и кормовые добавки, по которым определяются затраты на кормление по лактациям $l(U_{1n})$, параметры математических моделей $a, b^T, c^T, h^T, \delta_z$. Кроме того, здесь имеются «фазовые» ограничения по состоянию здоровья, задающие генетические ограничения и возможность отбраковки:

$$\Pi(U_{1n}) \leq \Pi_n^*; p_n < 0,5; p_{n=1} = 0.$$

С учетом последних замечаний задача оптимизации индивидуального жизненного цикла животного имеет следующий вид:

$$R(n^*, R_n) = \sum_{n=1}^{n^*-1} [M_n^* - (1-p_n(Z)) \cdot (c_n \Pi_n(R_n) - r(R_n))] - p_n(Z_n) c_k \xrightarrow{R_1, \dots, R_{n^*} \in \Omega_R} \min. \quad [12]$$

Пошаговый алгоритм. Опишем полученную последовательность действий при решении задачи.

Шаг 0. Задаются циклическая переменная алгоритма $i = 0$, начальная длительность жизненного цикла, то есть предельно возможное число лактаций n_i^* , начальная программа «пожизненного кормления» животных в виде последовательности векторов рационов R_{ni} , $n = 1, 2, \dots, n_i^*$ и последовательность вероятностей отбраковки p_{ni} .

Шаг 1 для $i = 1$. Для интервала $n = 1, 2, \dots, n^*$ решается система:

$$\begin{aligned} \Pi_{n+1,i} &= a \Pi_{n,i} + b^T U_{1n,i} + c^T f[n], \\ n \in (1, n_i^* - 1), \Pi_{n,i}(1) &= \Pi_{0i}; \\ f^T[n] &= [n \ n^2 \ n^3], \\ U_{1n,i} &= HR_{n,i}; \\ X_{n,i} &= DU_{n,i}, \end{aligned} \quad [13]$$

далее вычисляется последовательность вероятностей отбраковки по всем лактациям

$$\begin{aligned} Y_{n,i} &= X_{n,i} - \Delta, \\ C_{n,i} &= WY_{n,i}, \\ z_{n,i} &= 0, \text{ если } \rho_{zn,i} = (h_z^T C_{n,i}) < \delta_z, \\ n_{i+1}^* &= n_i^*, \text{ если } z_{n,i} = 0, \\ z_{n,i} &= z_n^*, \text{ если } \rho_{zn,i} = (h_z^T C_{n,i}) \geq \delta_z, \\ n_{i+1}^* &= n_i, \text{ если } z_{n,i} \neq 0, \\ p(z_{n,i}) &= \frac{\rho_{z,i}}{\delta_z}, \\ p_{n,i}(Z) &= \sum_{z=1}^{N_z} p_i(z_n). \end{aligned} \quad [14]$$

Шаг 2. Решается в обратном времени уравнение для сопряженной переменной по каждой лактации:

$$\begin{aligned} \lambda_{n+1,i} &= -\frac{\partial H_{n,i}}{\partial \Pi} = -a \lambda_{n,i} + (1-p_{n,i}(Z)) c_n, \\ n \in (n_i^* + 1, 1); \lambda_{n_i^*+1} &= 0, \end{aligned} \quad [15]$$

формируется массив решения $\lambda_{n,i}$.

Шаг 3 для $i = 1$. Вычисляются частные производные гамильтониана-

на по вектору рационов по каждой лактации:

$$g_{n,i} = \frac{\partial H_{n,i}}{\partial R} = (1 - p_{n,i}) C_R + \lambda_{n,i} H^T b. \quad [16]$$

Шаг 4 для $i = 1$. Уточняется последовательность векторов рационов по лактациям:

$$\begin{aligned} R_{n,i+1} &= R_{n,i} + \Delta_{n,i} g_{n,i}, \text{ если } \Pi_{n,i+1} \leq \Pi_n^*, \\ R_{n,i+1} &= R_{n,i}, \text{ если } \Pi_{n+1} \triangleright \Pi_n^*, \end{aligned} \quad [17]$$

далее — переход к шагу 1.

Шаг 5 для $i > 1$. Вычисляются частные производные гамильтониана по вектору рационов по лактациям:

$$g_{n,i} = \frac{\partial H_{n,i}}{\partial R} = (1 - p_{n,i}(Z)) C_R + \lambda_{n,i} H^T b + (c \Pi_{n,i} - C_R R_{n,i} - \frac{c}{n_{n,i}^*}) \frac{\partial p_{n,i}(Z)}{\partial R}; \quad [18]$$

$$\frac{\partial p_{n,i}(Z)}{\partial R} = \sum_{z=1}^N \left[\frac{\partial p_{i,n}(z)}{\partial R} \right] = \sum_{z=1}^N \left[\frac{\partial \rho_{z,i}}{\partial R} \right], \quad [19]$$

$$\frac{\partial \rho_{z,i}}{\partial R} = H^T D^T W^T h.$$

Шаг 6 для $i > 1$. Уточняется последовательность векторов рационов:

$$\begin{aligned} R_{n,i+1} &= R_{n,i} + \Delta_{n,i} g_{n,i}, \text{ если } \Pi_{n,i+1} \leq \Pi_n^*, \text{ или } p_n(Z) \leq 0,45; \\ R_{n,i+1} &= R_{n,i}, \text{ если } \Pi_{n+1} \triangleright \Pi_n^*, \text{ или } p_n(Z) \triangleright 0,45, \end{aligned} \quad [20]$$

далее — переход к шагу 2, если $R_{n,i} \geq \delta_p$; в случае, когда это условие не выполняется, процесс завершается.

Результатом решения задачи являются последовательность оптимальных годовых рационов по всем периодам лактации R_n^* , предельное число лактаций n^* и оптимальные годовые надои Π_n^* , которые используются в качестве интегральных ограничений в процессе управления каждым лактационным периодом.

Алгоритм решения задачи управления жизненным циклом коров в среднем по стаду отличается от алгоритма индивидуального управления только переменными состояниями. В результате, кроме средних по стаду оптимальных годовых рационов кормления по всем периодам лактации R_n^* и оптимальных средних годовых надоев Π_n^* , получают ожидаемое число выведения коров $N_n^* = p_n(\tilde{Z})N$, где N — общее поголовье стада на ферме, и общий риск по дойному стаду $\tilde{R}(n^*)$. В связи с тем, что в статье раскрывается только общий теоретический подход, мы не описываем содержания всех векторов состояния и управления. Нагляднее всего показать это на практических примерах, что будет сделано в последующих работах.

Таким образом, обоснована теория управления жизненным циклом лактирующих коров. Она заключается в минимизации риска потерь от отбраковки животных и затрат на их содержание. Теория базируется на новых динамических моделях годовых надоев и вероятностно-статических моделях процессов отбраковки коров по болезни и экономической целесообразности. По своей сути решение этой задачи позволяет получить научно обоснованные нормы кормления животных по всем лактациям жизненного цикла, обеспечивающие заданный темп воспроизводства. Про-

блема практической реализации предложенной теории заключается в отсутствии информации (мониторинга) о состоянии здоровья животных в течение длительного периода (не менее 10 лет) в зависимости от фактических рационов кормления. Это связано с утратой соответствующих функций современной ветеринарной службой хозяйств. Ситуация может быть исправлена только созданием опытной модельной молочной фермы на 100-150 гол., оборудованной всеми необходимыми системами мониторинга за состоянием здоровья лактирующих коров и биохимическим составом всех компонентов используемых кормов. Идентификация предложенных математических моделей по мониторинговой информации позволит реализовать на практике задачу управления жизненными циклами лактирующих коров и тем самым решить проблему воспроизводства поголовья дойного стада.

ФГБУН Агрофизический институт,
195220 Россия, г. Санкт-Петербург, Гражданский просп., 14,
e-mail: IMikhailenko@agrophys.ru

Поступила в редакцию
28 августа 2014 года

Sel'skokhozyaystvennaya biologiya [Agricultural Biology], 2015, V. 50, № 4, pp. 467-475

NEW PROBABILISTIC STATISTICAL AND DYNAMIC MODELS TO CONTROL LIFE CYCLE IN LACTING COWS

I.M. Mikhailenko

Agrophysical Research Institute, Federal Agency of Scientific Organizations, 14, Grazhdansky prosp., St. Petersburg, 195220 Russia, e-mail IMikhailenko@agrophys.ru

Received August 28, 2014

doi: 10.15389/agrobiology.2015.4.467eng

Abstract

Reproduction in dairy herds recently has become increasingly important. The tendency to its reduction occurs everywhere in all countries with a developed dairy husbandry. On average, the number of lactations per cow is diminishing and now close to 3 while a genetic potential of many cattle breeds is over 10 lactations. To resolve this issue, a theoretical base should be developed using latest progress in various related sciences. The aim of the present study is the first theoretical justification for a key stage of the general concept of lactating cows' health management, proposed in our previous paper (I.M. Mikhailenko, 2014). Herein we suggest an approach to programming cow's life cycle from the first to the last economically reasonable lactation. As a result, the risk of animal culling and unnecessary costs are minimized. The problem is solved for the first time in biological science. Our theory is based on developed dynamic and probabilistic statistical models. At its core, this approach provides a science-based standard of animal feeding for optimized lactation during life cycle. The dynamic models for lifetime annual yields reflect animal age and nutrient intake with diet, and the probabilistic statistical modeling, used to control cows' culling due to ill health and diseases, is the most important feature of the developed approach to life-cycle control. All physiological states, from a heifer to the last lactation, are considered, and all the flows within the dairy herd and possible causes for culling are identified. These mathematical models allow assessing the risk of possible livestock losses, which are minimized due to optimized annual diet. The developed algorithm allows to specify adjustments in annual feeding rations during the cow's life cycle (the feeding strategies for dairy cattle), which ensure optimal reproduction rate, optimal number of possible lactation per cow and optimal annual yields. Thus, the use of a lactating cow is normalized resulting in healthy livestock and maximized profitability of milk production. Since the individual approach to cows' feeding is a substantial reserve for increasing profitability of a dairy herd as a whole, the task of life cycle control is regarded at two levels, for an individual and for the herd on average. For a particular herd, the choice to one of the levels depends on whether there are the means to provide individual health control and dosing concentrated feed and food additives. Practically, the use of proposed mathematical models is mainly limited by lack of long-term (10-12 years) surveys of animal health as depended on the actual diet, since these data are necessary for identification and validation of the algorithms, but an experimental model such as 100-150 cows' dairy farm, equipped with systems for health monitoring and feed composition control, could improve the situation.

Keywords: dairy husbandry, reproduction, concept of lactating cows' health control, health, life cycle, lactation period, control algorithms, mathematical modeling.

REFERENCES

1. Ferris T.A., Mao I.L., Anderson C.R. Selecting for lactation curve and milk yield in

- dairy cattle. *J. Dairy Sci.*, 1985, 68: 1438-1448 (doi: 10.3168/jds.S0022-0302(85)80981-4).
2. Oltenacu P.A., Rousaville T.R., Milligan R.A., Foote R.H. System analysis for designing reproductive management programs to increase production and profit in dairy herds. *J. Dairy Sci.*, 1981, 64: 2096-2104 (doi: 10.3168/jds.S0022-0302(81)82813-5).
 3. Haile-Mariam M., Goddard M.E. Genetic and phenotypic parameters of lactations longer than 305 days (extended lactations). *Animal*, 2008, 2: 325-335 (doi: 10.1017/S1751731107001425).
 4. Kirkpatrick M., Lofsvold D., Bulmer M. Analysis of the inheritance, selection and evolution of growth trajectories. *Genetics*, 1990, 124: 979-993.
 5. Meuwissen T.H.E. *Optimization of dairy cattle breeding plans with increased female reproductive rates*. Thesis. Research Institute for Animal Production «Schoonoord», Wageningen, 1990.
 6. Oltenacu P.A., Rousaville T.R., Milligan R.A., Foote R.H. System analysis for designing reproductive management programs to increase production and profit in dairy herds. *J. Dairy Sci.*, 1981, 64: 2096-2104 (doi: 10.3168/jds.S0022-0302(81)82813-5).
 7. Vargas B., Koops W.J., Herrero M., Van Arendonk J.A. Modeling extended lactations of dairy cows. *J. Dairy Sci.*, 2000, 83: 1371-1380 (doi: 10.3168/jds.S0022-0302(00)75005-3).
 8. Mikhaïlenko I.M. V knige: *Tochnoe sel'skoe khozaystvo (Precision Agriculture)* [Precision agriculture]. St. Petersburg, 2010: 321-336.
 9. Trofimov A.A., Chugin I.V. Modeling turnover herds of cattle and optimal planning of the production of farms. In: *Simulation of innovation processes and economic dynamics*. Moscow, 2006: 212-225.
 10. *Spravochnik po veterinarnoi meditsine /Pod redaktsiei A.F. Kuznetsova* [Handbook on veterinary medicine. A.F. Kuznetsov (ed.)]. St. Petersburg, 2004.
 11. Mikhaïlenko I.M. *Sel'skokhozaystvennaya biologiya [Agricultural Biology]*, 2014, 2: 50-58 (doi: 10.15389/agrobiology.2014.2.50rus, doi: 10.15389/agrobiology.2014.2.50eng).
 12. Dijkstra J., Lopez S., Bannink A., Dhanoa M.S., Kebreab E., Odon-go N.E., Fathi Nasri M.H., Behera U.K., Hernandez-Ferrer D., France J. Evaluation of a mechanistic lactation model using cow, goat and sheep data. *J. Agr. Sci.*, 2010, 148: 249-262 (doi: 10.1017/S0021859609990578).
 13. Grossman M., Koops W.J. Modeling extended lactation curves of dairy cattle: a biological basis for the multiphasic approach. *J. Dairy Sci.*, 2003, 86: 988-998 (doi: 10.3168/jds.S0022-0302(03)73682-0).
 14. Jaffrezic F., White I.M.S., Thompson R., Hill W.G. A link function approach to model heterogeneity of residual variances over time in lactation curve analyses. *J. Dairy Sci.*, 2000, 83: 1089-1093 (doi: 10.3168/jds.S0022-0302(00)74973-3).
 15. Macciotta N.P.P., Dimauro C., Steri R., Cappio-Borlino A. Mathematical modelling of goat lactation curves. In: *Dairy goats feeding and nutrition /A. Cannas, G. Pulina (eds.)*. CAB International, Wallingford, UK, 2008: 31-46.
 16. Congleton W.R. Jr. Dynamic model for combined simulation of dairy management strategies. *J. Dairy Sci.*, 1984, 67: 644-660 (doi: 10.3168/jds.S0022-0302(84)81350-8).
 17. Dijkhuizen A.A., Stelwagen J., Renkema J.A. A stochastic model for the simulation of management decisions in dairy herds, with special reference to production, reproduction, culling and income. *Prev. Vet. Med.*, 1986, 4: 274-289 (doi: 10.1016/0167-5877(86)90010-3).
 18. Guo Q., White R.E. Cubic spline regression for the open-circuit potential curves of a lithium-ion battery. *J. Electrochem. Soc.*, 2005, 152: A343-A350 (doi: 10.1149/1.1845336).
 19. Leon-Velarde C.U. *A simulation model to analyze the bio-economic function of cows in intensive dairy farms using a systems approach*. Thesis Ph.D. University of Guelph, 1991.
 20. Mayer D.G., Belward J.A., Burrage K. Use of advanced techniques to optimize a multidimensional dairy model. *Agricultural Systems*, 1996, 50: 239-253.
 21. Oltenacu P.A., Milligan R.A., Rounsaville T.R., Foote R.H. Modelling reproduction in a herd of dairy cattle. *Agricultural Systems*, 1980, 8: 193-205.
 22. Quiroz R., Arce B., Cacas R., Aguilar C. Development and use of simulation models in animal production systems research. In: *Animal production system research; methodological and analytical guidelines*. IDRC/IICA-RISPAL; San José, C.R., 1994: 103-149.
 23. Wilson D.J., González R.N., Hertl J., Schulte H.F., Bennet G.J., Schukken Y.H., Gröhn Y.T. Effect of clinical mastitis on the lactation curve: a mixed model estimation using daily milk weights. *J. Dairy Sci.*, 2004, 87: 2073-2084 (doi: 10.3168/jds.S0022-0302(04)70025-9).
 24. White I.M.S., Thompson R., Brotherstone S. Genetic and environmental smoothing of lactation curves with cubic splines. *J. Dairy Sci.*, 1999, 82: 632-638 (doi: 10.3168/jds.S0022-0302(99)75277-X).
 25. Wang Z., Goonewardene L.A. The use of MIXED models in the analysis of animal experiments with repeated measures data. *Can. J. Anim. Sci.*, 2004, 84: 1-11 (doi: 10.4141/A03-123).
 26. Vetharaniam I., Davis S.R., Upsdell M., Kolver E.S., Pleasants A.B. Modeling the effect of energy status on mammary gland growth and lactation. *J. Dairy Sci.*, 2003, 86: 3148-3156 (doi: 10.3168/jds.S0022-0302(03)73916-2).
 27. Sorensen A., Muir D.D., Knight C.H. Extended lactation in dairy cows: effects of milking frequency, calving season and nutrition on lactation persistency and milk quality. *J. Dairy Res.*, 2008, 75: 90-97 (doi: 10.1017/S0022029907002944).